# ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - СОФИЯ

## Писмен конкурсен изпит по математика

### ПЪРВА ЧАСТ

Всяка от следващите 20 задачи има точно един верен отговор. В таблицата за отговори отбележете само буквата, до която според вас е записан верният отговор*. За всеки верен отговор получавате 2 точки. За грешен или непопълнен отговор, както и за посочени повече от един отговор на една задача, точки не се дават и не се отнемат.

1. Ако $x_1$ и $x_2$ са корените на уравнението $\frac{5}{x^2}-\frac{3}{x}-2=0$, то изразът $x_1^2+x_2^2+\frac{5}{2}x_1x_2$ е равен на:

а) $\frac{4}{25}$; б) $\frac{27}{2}$; в) 7; г) $\frac{5}{4}$; д) 1.

2. Изразът $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}+2(\sqrt{2}-1)$ е равен на:

а) $\sqrt{2}$; б) $3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$; в) $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$; г) $\frac{3}{2}$; д) $-2$.

3. Сумата от корените на уравнението $\left|x^2+2x-1\right|=x+1$ е равна на:

а) 5; б) -5; в) 0; г) 1; д) 4.

4. Квадратното уравнение $k^2x^2+3kx+4-2k=0$, където $k$ е реален параметър има корени $x_1$ и $x_2$ за които $x_1<-1<x_2$. Параметърът $k$ е от интервала:

а) $[-4,1]$; б) $(-\infty,1]$; в) $(-4,-1)$; г) $(1,4)$; д) $(-\infty,1)\cup(4,+\infty)$.

5. Първият член на геометрична прогресия е 4 пъти по-голям от първия член на аритметична прогресия, а третите членове и на двете прогресии са равни на 1. Ако разликата на аритметичната прогресия е равна на –4, а всички членове на геометричната прогресия са положителни числа, то нейното частно е равно на:

а) 9; б) $\frac{1}{6}$; в) 6; г) $\frac{2}{3}$; д) 2.

6. Случайните събития $A$ и $B$ се сбъдват при даден случаен експеримент с вероятности съответно равни на 0,45 и 0,3. Ако вероятността за съвместното сбъдване на тези две събития е равна на 0,2, то вероятността да се сбъдне поне едно от тях е равна на:

а) 0,55; б) 0,75; в) 1; г) 0,95; д) 0,15.

7. Стойностите на параметъра $m$, за които функцията $f(x)=\sqrt{\frac{x-m}{x^2+m}-1}$ не е определена при $x=2$ са от интервала:

а) $(-4,-2]$; б) $(-\infty,-4)\cup(-2,+\infty)$; в) $[-4,-1]$; г) $(-4,-1)$; д) $(-\infty,-4)\cup(-1,+\infty)$.

8. При измерване на показател за устойчивостта на отлети плочи, състоящи се от интерметални композити са получени следните наблюдения: 116,5; 115,5; 114,5; 115,5; 115,5. Разликата между извадковото средно минус извадковата медиана е равна на:

а) -0,5; б) 0,5; в) 1; г) 0; д) 2.

---

*За верен се приема само отговорът, посочен в таблицата за отговори.

9. Корените на уравнението $\log_3 x+\log_3(9x)-log_{\sqrt{3}}\frac{x^3}{3}=0$ са:

а) $x=4$; б) $x=3$; в) $x=3$ и $x=4$; г) $x=1$; д) $x=3$ и $x=1$.

10. Вътрешните ъгли на триъгълник са $\alpha$, $\beta$ и $\gamma$, като се знае, че $\alpha-\beta=\gamma=15^0$. Изразът $\sin^2\alpha+\sin^2\beta$ е равен на:

а) $\frac{6+\sqrt{3}}{4}$; б) $\frac{6-\sqrt{3}}{4}$; в) 1; г) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$; д) $\frac{4-\sqrt{3}}{2}$.

11. Височината към основата на равнобедрен триъгълник е 3, а ъгълът при върха срещу основата е $\alpha$ с $\cos\alpha=\frac{1}{8}$. Отсечката, свързваща средата на бедрото със средата на основата е равна на:

а) 12; б) 2; в) 4; г) 24; д) 4.

12. В правоъгълен триъгълник с катети 5 и 15 е вписан квадрат. Ако триъгълникът и квадратът имат общ ъгъл, то периметърът на квадрата е равен на:

а) $5(\sqrt{61}+1)$; б) $30$; в) $5$; г) 15; д) $10(\sqrt{61}-1)$.

13. В окръжност с радиус 1 е построена хорда с дължина 0,5. През единия край на хордата е построена допирателна към окръжността, а през другия е построена секуща, успоредна на тази допирателна. Разстоянието между секущата и допирателната е равно на:

а) $0{,}125$; б) $0{,}25$; в) $0{,}5$; г) 1; д) 2.

14. Две от страните на триъгълник са 8 и 12, а ъгълът между тях е $60^0$. Радиусът на описаната около триъгълника окръжност е равен на:

а) $\frac{51}{5}$; б) 11; в) $3\sqrt{7}$; г) $\frac{24\sqrt{7}}{7}$; д) $\frac{4\sqrt{21}}{3}$.

15. Перпендикулярът, спуснат от връх на правоъгълник към диагонала го дели в отношение 1:3. Ако по-голямата страна на правоъгълника е 14, то по-малката е равна на:

а) 7; б) $6\sqrt{3}$; в) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$; г) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$; д) $\frac{7\sqrt{3}}{6}$.

16. Около окръжност с радиус 4 е описан правоъгълен трапец, едната основа на който е два пъти по-голяма от другата. По-голямото бедро на трапеца е равно на:

а) 12; б) 10; в) 16; г) 6; д) 8.

17. Диагоналите на успоредник са 6 и 10 и се пресичат под ъгъл $60^2$. По-малката височина на успоредника е равна на:

а) $\frac{15.\sqrt{57}}{19}$; б) $\frac{30.\sqrt{3}}{7}$; в) $\frac{15.\sqrt{3}}{7}$; г) $\frac{15.\sqrt{3}}{2}$; д) $\frac{30.\sqrt{57}}{19}$.

18. Двустенният ъгъл между околна стена и основата на правилна четириъгълна пирамида е $45^0$, а околната й повърхнина е $36\sqrt{2}$. Обемът на пирамидата е равен на:

а) $\frac{25\sqrt{3}}{3}$; б) 27; в) $36$; г) $\frac{9\sqrt{2}}{3}$; д) 9.

19. Основата на права призма е правоъгълният триъгълник $ABC$ с прав ъгъл при върха $C$ и катет $AC = 3$, а околните ръбове са равни на 6. Построена е равнина, минаваща през ръба $AC$ и средата на кръстосания с $AC$ околен ръб. Ако сечението на тази равнина с призмата има лице 7,5, то ръбът $BC$ е равен на :

а) 5;  б) 4;  в) 16;  г) $\sqrt{33}$;  д) $\sqrt{7}$.

20. Даден е цилиндър с образователна $l = 20$. През точка $A$ от окръжността на основата са построени диаметър $AB$ и хорда $AC$, като $\measuredangle BAC = 60^0$. Хордата $AC$, диаметърът $AB$ и образователната $l$, взети в този ред образувак геометрична прогресия. Пълната повърхнина на цилиндъра е равна на:

а) $150\pi$;  б) $225\pi$;  в) $250\pi$;  г) $100\pi$;  д) $50\pi$.

## ВТОРА ЧАСТ

Представете решенията на следващите три задачи с необходимите обосновки в писмен вид. Пълното решение на всяка задача се оценява с 20 точки.

21. а) Решете неравенството

$$\big|5 - |2x - 1|\big| \le 4 \quad .$$

б) Пресметнете стойността на израза $2\sin^6 x + 2\cos^6 x + 1$, ако $2\sin x + 2\cos x + 1 = 0$ .

22. Около равнобедрен трапец $ABCD$ с голяма основа $AB$ е описана окръжност с радиус 4. Ъглополовящата на $\measuredangle ADC$ минава през центъра на описаната окръжност и я пресича в точка $M$ . Диагоналът на трапеца дели лицето на трапеца в отношение 3:2.

а) Пресметнете косинуса на $\measuredangle BAD$ .

б) Намерете лицето на триъгълника $ACM$ .

23. Обемът на правилна триъгълна пирамида е равен на $162\sqrt{3}$. Перпендикулярът, спуснат от центъра на основата на пирамидата към околна стена, попада в центъра на вписаната в околната стена окръжност.

а) Намерете косинуса на ъгъла между околна стена и основата на пирамидата.

б) Намерете дължината на основния ръб на пирамидата.

## ТАБЛИЦА ЗА ОТГОВОРИТЕ НА ЗАДАЧИТЕ ОТ 1 ДО 20

Ако искате да се откажете от отговора, който вече сте отбелязали, това може да направите така: ⊗

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |

Времето за работа е 4 астрономически часа. Максималният брой точки от двете части е 100.

**ТАБЛИЦА С ВЕРНИТЕ ОТГОВОРИ**
**НА ЗАДАЧИТЕ ОТ 1 ДО 20**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 д | 2 а | 3 г | 4 г | 5 б |
| 6 а | 7 д | 8 г | 9 б | 10 а |
| 11 б | 12 г | 13 а | 14 д | 15 в |
| 16 б | 17 в | 18 в | 19 б | 20 в |