

РЕЗЮМЕТА

[1] Dimitrov, Y., Edgar, G., *Solutions of self-differential functional equations*, Real Analysis Exchange 32, (2007) 29-54

Системата от функционални диференциални уравнения

$$\begin{cases} F'(x) = aF(2x) & \text{if } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ F'(x) = aF(2-2x) & \text{if } \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ F(0) = c, F(1) = d \end{cases}$$

има решение $F \in C^1[0,1]$ за всяка стойност на параметъра a . Граничните условия и a удовлетворяват равенството $d(2-a) = c(2+a)$. Когато $a \in S$, където

$$S = \{2^{2n+1}; n = 1, 2, 3, \dots\},$$

системата има безбройно много решения при гранични условия $c = 0$ and $d = 0$. За всички други стойности на параметъра a системата има единствено решение.

[2] Dimitrov, Y., Edgar, G., *Eigenvalues of a self-differential operator*, International Journal of Pure and Applied Mathematics 52, (2009) 87-115

В тази статия изследваме асимптотичните свойства на собствените стойности на компактия оператор

$$Tf(x) = \int_0^1 \varphi(x, s)f(s)ds,$$

където $f \in C[0,1]$ и $f(0) = 0$,

$$\varphi(x, s) = \begin{cases} 0, & \text{if } 1 > s > 2x \\ 1/2, & \text{if } 2x > s > 2x - 1 \\ 1, & \text{if } 2x - 1 > s > 0. \end{cases}$$

В статията доказваме, че собствените стойности $\{A_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ на оператора T удовлетворяват

$$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} A_n = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{A_{-n}} = -1, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{A_{n-1}} = \frac{1}{4},$$

и техните реципрочни числа A_n^{-1} са корените на степенния ред

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{B_m x^m}{2^{(m^2-m)/2} m!}$$

където B_m са числата на Бернули. В доказателството се използва асимптотична оценка за тета функцията.

[3] Y. Dimitrov, *Numerical approximations for fractional differential equations*, Journal of Fractional Calculus and Applications 5(3S), (2014) 1-45

Формулата на Грюнвалд и формулата на Грюнвалд с отместване за функцията $y(x) - y(b)$ са апроксимации от първи ред за дробната производна на Капуто на функцията $y(x)$ с долна граница в точката b . В статията се извеждат апроксимациите от втори и трети ред за формулата на Грюнвалд и формулата на Грюнвалд с отместване които използват средни стойности с тегла на производни на Капуто върху равномерна мрежа при условие, че достатъчен брой производни на функцията $y(x)$ са равни на нула в точката b .

$$\frac{1}{h^\alpha} \sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{\alpha}{i} y_{n-i} = \frac{\alpha}{2} y_{n-1}^{(\alpha)} + \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) y_n^{(\alpha)} + O(h^2)$$

$$\frac{1}{h^\alpha} \sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{\alpha}{i} y_{n-i} = \left(\frac{\alpha^2}{8} - \frac{5\alpha}{24}\right) y_{n-2}^{(\alpha)} + \left(\frac{11\alpha}{12} - \frac{\alpha^2}{4}\right) y_{n-1}^{(\alpha)} + \left(1 - \frac{17\alpha}{24} + \frac{\alpha^2}{8}\right) y_n^{(\alpha)} + O(h^2)$$

Конструкцията на апроксимациите се основава на оценката за грешката на формулата на Грюнвалд с отместване. Апроксимациите се използват за извеждане на неявни диференчни приближения за дробното уравнение на дифузията които имат втори ред на точност по пространството и времето и числени приближения от втори и трети ред на обикновенни дробни диференциални уравнения. В статията се доказва сходимостта на числените методи. Експерименталните резултати за грешките и реда на числените решения са представени в статията.

[4] Y. Dimitrov, *A second order approximation for the Caputo fractional derivative*, Journal of Fractional Calculus and Applications 7(2), (2016) 175-195

Когато $0 < \alpha < 1$, апроксимацията на производната на Капуто

$$y^{(\alpha)}(x) = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)h^\alpha} \sum_{k=0}^n \sigma_k^{(\alpha)} y(x - kh) + O(h^{2-\alpha}),$$

където $\sigma_0^{(\alpha)} = 1$, $\sigma_n^{(\alpha)} = (n-1)^{1-\alpha} - n^{1-\alpha}$ и

$$\sigma_k^{(\alpha)} = (k-1)^{1-\alpha} - 2k^{1-\alpha} + (k+1)^{1-\alpha}, \quad (k = 1, \dots, n-1),$$

има точност $O(h^{2-\alpha})$. В статията се използва асимптотичното разлагане на дзета редицата за конструиране на апроксимации от ред $2 - \alpha$ за дробния интеграл и апроксимации от втори ред за производната на Капуто

$$y^{(\alpha)}(x) = \frac{1}{\Gamma(2-\alpha)h^\alpha} \sum_{k=0}^n \delta_k^{(\alpha)} y(x - kh) + O(h^2),$$

където $\delta_k^{(\alpha)} = \sigma_k^{(\alpha)}$ for $2 \leq k \leq n$,

$$\delta_0^{(\alpha)} = \sigma_0^{(\alpha)} - \zeta(\alpha-1), \delta_1^{(\alpha)} = \sigma_1^{(\alpha)} + 2\zeta(\alpha-1), \delta_2^{(\alpha)} = \sigma_2^{(\alpha)} - \zeta(\alpha-1),$$

и $\zeta(s)$ е дзета функцията на Риман. В статията се пресмятат числените решения на обикновеното дробното уравнение на релаксация и дробното уравнение на дифузията.

[5] Y. Dimitrov, *Three-point approximation for the Caputo fractional derivative*, Communication on Applied Mathematics and Computation 31(4), (2017) 413-442

Статията е продължение на изследването в [4]. В статията се извеждат асимптотичните формули от четвърти ред на апроксимацията на трапеците за дробни интеграли и $L1$ апроксимацията на производната на Капуто.

$$\frac{1}{\Gamma(2-\alpha)h^\alpha} \sum_{i=0}^n \sigma_i^{(\alpha)} y_{n-i} = y_n^{(\alpha)} + \frac{\zeta(\alpha-1)}{\Gamma(2-\alpha)} y_n'' h^{2-\alpha} - \frac{\zeta(\alpha-2)}{\Gamma(2-\alpha)} y_n''' h^{3-\alpha} + \left(\zeta(\alpha-3) + \frac{\zeta(\alpha-2)}{6} \right) \frac{y_n^{(4)}}{2\Gamma(2-\alpha)} h^{4-\alpha} + \left(\frac{d^2}{dx^2} y_n^{(\alpha)} - \frac{y'(0)}{\Gamma(-\alpha)n^{1+\alpha}h^{1+\alpha}} \right) \frac{h^2}{12} + O(h^4)$$

Формулата за разлагането на $L1$ апроксимацията се използва за извеждане на триточкова апроксимация от ред $3-\alpha$ на дробната производната на Капуто. Апроксимацията използва средна стойност на производни на Капуто върху тритичков шаблон на равномерна мрежа с тегла $13/12, -1/6, 1/12$. Апроксимацията се прилага за пресмятане на числените решения на обикновеното дробно уравнение на релаксация и частното дробното уравнение на дифузията. Резултатите от числените експерименти за грешката и реда на числените решения са представени в статията.

[6] Y. Dimitrov, L. Vulkov, *Three-point compact finite difference scheme on non-uniform meshes for the time-fractional Black-Scholes equation*, AIP Conf. Proc. 1690, 040022, Sozopol (2015)

В статията се разглежда численото решение на дробното уравнение на Блек-Шолс, което се използва за моделиране на цените на Европейските опции. Конструират се триточкови компактни диференчни схеми върху неравномерни мрежи за дробното уравнение на Блек-Шолс. В статията се показва, че за специални градуирани мрежи, които се използват във финансовата математика, мрежата на Тавела-Рандали и квадратичните мрежи, численото решение има четвърти ред на точност по пространството. Решението на уравнението на Блек-Шолс има особеност при $t = 0$. Тази особеност води до намаляване на точността и реда на численото решение по-времето. Резултатите от числените експерименти са дадени в статията.

[7] Dimitrov, Y., Giovine, C., Mango, G., Lauria, M., *A combinatorial model for self-organizing networks*, IEEE International Parallel and Distributed Processing Symposium, Long Beach, CA (2007)

В предишни разработки предложихме използването на самоорганизация при възникнала необходимост като модел за програмиране на много големи агрегати на хетерогенни изчислителни ресурси. В предложеният подход, голямо изчисление се разделя на малки независими изчислителни единици, които имат автономно поведение; всяка от изчислителните единици използва само локална информация за вземане на необходимите решения за извършване на изчислението. Едно от предизвикателствата на този нов подход е да се изгради теоретичен фундамент, който да подпомага изграждането на нови системи с рационален дизайн. Целта на статията е да се демонстрира използването на техники от комбинаториката за извеждане на количествени аналитични модели на организация произлизащи от определен тип самоорганизиращо се изчисление. В предишен експеримент разглеждахме изчисление при което мобилни агенти се организират в двоично дърво, което постоянно се реструктурира в отговор на променящата се наличност и производителност на възлите. В статията се извежда аналитичен израз описващ разпределението на възлите на дървото въз основа на тяхната производителност в частен случай на тази задача. Този резултат представлява част от теоретичните средства, които могат да се използват за прогнозиране на глобалните модели произлизащи в резултат на дизайна на самоуправление, и дава директна връзка между глобалните особености и поведението на локалните параметри.

[8] Dimitrov, Y., Lauria, M., *A stochastic model for layered self-organizing complex systems*, Lecture Notes of the Institute for Computer Sciences, Social Informatics and Telecommunications Engineering 5, (2009) 1495-1503

В статията се изследва задача, която се отнася за комплексни системи, които динамично се самоорганизируют до оптимална конфигурация. Възлите на мрежата се разделят на два вида и първият вид възли са подложени на налягане нагоре според определен стохастичен модел. Поставяме си задачата за определяне на разпределението на активните възли върху нивата на мрежата. В случая когато мрежата се моделира с граф на нива задачата има следното обобщение: Нека G е свързан граф с M върха, които са разделени на d нива, където върховете на всяко ребро на графа G принадлежат на последователни нива. В началния момент всеки връх има номер 0 или 1 които са избрани по случаен начин. На всяка стъпка на стохастичния процес се избира ребро по случаен начин. След това номерата на възлите на това ребро се разменят с вероятност 1 ако възела на по-високото ниво има номер 0 а по-ниският възел има номер 1. Номерата на възлите се разменят с вероятност λ , ако по-ниският възел има номер 0 а по-високият има номер 1. Този стохастичен процес има свойствата на веригите на Марков и има връзка с случайно обхождане на графи. В статията се извеждат формули за пределното разпределение на броя възли с номер 1 в нивата на графа.

[9] Dimitrov, Y., Miryanov, R., Todorov, V., *Quadrature formulas and Taylor series of secant and tangent*, Economics and computer science 4, (2017) 23-40

В статията се изследват апроксимациите за определен интеграл, които имат генериращи функции $\pi \sec(\pi\sqrt{x}/2)/4$ и $\pi \tan(\pi\sqrt{x}/2)/(4\sqrt{x})$. Използват се редовете на Тейлър за функциите секант и тангенс за извеждане на формулите за асимптотичните разлагания от четвърти ред на апроксимациите. Извеждат се квадратурните формули от втори ред

$$\frac{h}{2} \left(\frac{\pi-1}{2} f(a) + \sum_{k=1}^{n-1} (-1)^k \frac{E_{2k}}{(2k)!} \left(\frac{\pi}{2} \right)^{2k+1} f(a+kh) + f(b) \right) = \int_a^b f(x) dx + O(h^2),$$

$$\frac{h}{2} \left(\frac{\pi^2-6}{4} f(a) + \sum_{k=1}^{n-1} (-1)^k \frac{(4^{k+1}-1)B_{2k+2}\pi^{2k+2}}{(2k+2)!} f(a+kh) + f(b) \right) = \int_a^b f(x) dx + O(h^2),$$

където E_{2k} and B_{2k+2} са числата на Ойлер и Бернули. Грешките на изведените квадратурни формули се сравняват с грешката на апроксимацията на правоъгълниците. Конструират се квадратурни формули от трети и четвърти ред като линейни комбинации на апроксимациите от втори ред и апроксимацията на трапеците. Числени експерименти за реда и грешката на апроксимациите са представени в статията.

[10] Dimitrov, Y., Miryanov, R., Todorov, V., *Asymptotic expansions and approximations of the Caputo derivative*, Computational and Applied Mathematics 37(4), (2018) pp. 5476-5499 [IF 2.239]

В статията се изследват асимптотичните свойства на теглата на апроксимации на производната на Капуто. Използват се асимптотичните формули за биномните коефициенти и теглата на $L1$ апроксимацията за извеждане на апроксимации от редове $2-\alpha$ и 2 на производната на Капуто, теглата на които са модификации на теглата на апроксимацията на Грюнвалд-Летников с отместване и на $L1$ апроксимацията. Извежда се модификация от втори ред с отместване на производната на Капуто с модификация на последните две тегла на диференчната формула на Грюнвалд-Летников

$$\frac{1}{\Gamma(2-\alpha)h^\alpha} \sum_{k=0}^n \gamma_k^{(\alpha)} f_{n-k} = f_{n-\alpha/2}^{(\alpha)} + O(h^2),$$

където $\gamma_k^{(\alpha)} = (-1)^k \binom{\alpha}{k}$ for $0 \leq k \leq n-2$,

$$\gamma_{n-1}^{(\alpha)} = (-1)^{n-2} \binom{\alpha-2}{n-2} \frac{n-2\alpha}{1+\alpha-n} + \frac{(n-\alpha/2)^{1-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)},$$

$$\gamma_n^{(\alpha)} = (-1)^{n-2} \binom{\alpha-2}{n-2} \frac{n-2\alpha}{1+\alpha-n} - \frac{(n-\alpha/2)^{1-\alpha}}{\Gamma(2-\alpha)}$$

Апроксимацията има втори ред на точност за всички функции $f \in C^2[0, nh]$ и може да се използва за числено решаване на дробни диференциални уравнения чиито решения и техните първи производни имат произволни стойности в началната точка.

[11] Dimitrov, Y., *Approximations for the Caputo derivative (I)*, Journal of Fractional Calculus and Applications 9(1), (2018) pp.15-44.

В статията се изследват апроксимациите за дробни производни чиито генериращи функции съдържат полилогаритмичната функция. Конструират се апроксимации на производната на Капуто от редове $1-\alpha, 2-\alpha, 2$ и $3-\alpha$. Апроксимациите имат тегла $k^{-1-\alpha}/\Gamma(-\alpha)$ и $0.5((k+1)^{-\alpha} - (k-1)^{-\alpha})/\Gamma(1-\alpha)$, и по-добрата точност се постига с модификация на първите и последните тегла с използване на разлаганията в лявата и дясната точка. Изведени са следните апроксимации от ред $2-\alpha$.

$$\frac{1}{\Gamma(-\alpha)h^\alpha} \sum_{i=0}^n \sigma_i^{(\alpha)} f_{n-i} = f_n^{(\alpha)} + O(h^{2-\alpha})$$

where $\sigma_0^{(\alpha)} = \zeta(\alpha) - \zeta(1+\alpha)$, $\sigma_1^{(\alpha)} = 1 - \zeta(\alpha)$ and $\sigma_k^{(\alpha)} = \frac{1}{k^{1+\alpha}}$ for $k = 2, \dots, n$.

$$\frac{1}{2\Gamma(1-\alpha)h^\alpha} \sum_{i=0}^n \sigma_i^{(\alpha)} f_{n-i} = f_n^{(\alpha)} + O(h^{2-\alpha})$$

where $\sigma_0^{(\alpha)} = 1 - 2\zeta(\alpha)$, $\sigma_1^{(\alpha)} = \frac{1}{2^\alpha} + 2\zeta(\alpha)$ and $\sigma_k^{(\alpha)} = \frac{1}{(k+1)^\alpha} - \frac{1}{(k-1)^\alpha}$ for $k = 2, \dots, n$.

Апроксимациите се прилагат за пресмятане на числените решения на обикновени дробни диференциални уравнения. Свойствата на теглата на апроксимациите от ред $2-\alpha$ са сходни на свойствата на теглата на $L1$ апроксимацията. Във всички експерименти точността на числените решения, които използват апроксимацията от ред order $2-\alpha$, която има тегла $k^{-1-\alpha}/\Gamma(-\alpha)$ е по-добра от точността на числените решения които използват $L1$ апроксимацията на производната на Капуто. Доказателства за сходимостта на числените методи и резултатите от числените експерименти са представени в статията.

[12] Dimitrov Y., Dimov I., Todorov V., *Numerical solutions of ordinary fractional differential equations with singularities*. Advanced Computing in Industrial Mathematics, Stud. Comput. Intell., 793, Springer, 2018 [SJIR (Scopus) 0.295]

В статията се изследват числените решения на двучастното и тричастното обикновени дробни диференциални уравнения. Техните решения имат естествена особеност в началната точка. Точността на техните числени решения е по-малка от точността на числените решения на дробни диференциални уравнения, чиито решения са диференцируеми функции. В статията се предлага метод за подобряване на точността на числените решения на обикновени линейни дробни диференциални уравнения с постоянни коефициенти, който използва дробните полиноми на Тейлър на решенията на уравненията. Пресмятането на дробните полиноми на Тейлър използва стойностите на последователната производна на Милер-Рос на решенията в началната точка. Резултатите от числените експерименти за грешката и реда на числените решения са представени в статията.

[13] Todorov, V., Dimov, I., Dimitrov, Y., *Efficient quasi-Monte Carlo methods for multiple integrals in option pricing*, In: M. D. Todorov (Ed.) *Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences*, 10th International Conference AMiTaN'S'18, June 20-25 2018, Albena, Bulgaria, AIP Conference Proceedings, 2025, 110007 (2018) [SJР (Scopus) 0.165]

В статията се разглеждат Европейски тип опции, които имат експоненциална функция на погасяване. Решаването на тази задача води до пресмятане на многомерни интегрални на експоненциални функции върху единичния куб, където стойностите на използваните параметри във формулата зависят от стойностите на Европейските опции. В статията се сравнява ефективността на квази-Монте Карло методи, които използват мрежови правила за пресмятане на многомерни интегрални до размерност 30. Ефективността на методите, използващи мрежови правила, зависи от избора на генериращия вектор. Когато подинтегралната функция няма особености, мрежовите правила са по-ефективни не само от стандартните Монте Карло методи, но също и от методите, които използват квазислучайни редици. Разглеждаме правилата, чиито мрежи имат единствен генериращ вектор като правило от "ранг 1". Изследват се преимуществата и недостатъците на различни квази-Монте Карло методи за многомерни интегрални, които се използват за пресмятане на Европейските опции, разгледани в статията.

[14] Todorov, V., Dimitrov, V., Tsvetkov, I., Dimitrov, Y., *Quasi-Monte Carlo methods for computation of multidimensional integrals related to Bayesian models in international migration forecasting*. Journal Scientific and Applied Research 13, Konstantin Preslavsky Publishing House, 2018

В статията се разглеждат определени методологични аспекти на прогнозирането на международната миграция. За целта са разработени нови методи, които се основават на Бейсовата статистика. Една от основните задачи на Бейсовата статистика е точното пресмятане на многомерни интегрални. В статията е извършено задълбочено експериментално изследване, което се основава на квазислучайните редици на Фауре и Хамърсли и на мрежови правила, използващи редицата на Фибоначи. Извършените числени тестове показват, че използваните стохастични алгоритми са ефективни методи за пресмятане на многомерни интегрални. Тези методи водят до по-точна и надеждна интерпретация на резултатите от Бейсовската статистика, на която се основава прогнозирането на международната миграция.

[15] Todorov, V., Dimov, I., Dimitrov, Y., Ostromsky, T., Georgieva, R., *A comparison of quasi-Monte Carlo methods based on Faure and Sobol sequences for multidimensional integrals in air pollution modeling*, AIP Conference Proceedings 2164, 030002 (2019), 11-th International conference AMiTaN'S'19, Albena, Bulgaria, June 20-25, 2019 [SJР (Scopus) 0.19]

Моделите за замърсяването на въздуха и метеорологичните модели са примери на математически модели с висока несигурност на входните данни и параметри. Анализът на чувствителност е мощно средство за изследване и подобряване на надеждността на тези модели. В статията са представени резултатите от глобално изследване на чувствителността на модела Unified Danish Eulerian Model (UNI-DEM). Една от най-важните характеристики на UNI-DEM е неговата развита химична схема Condensed CBM IV, при която се изследват голям брой химични елементи и различни реакции между тях. Основният разглеждан замърсител на въздуха е озон, понеже се използва в много приложения в практиката. Стохастичните методи за пресмятане на мерките за чувствителност използват редиците на Фауре и Собол. Числените експерименти показват, че разглежданите стохастични алгоритми за многомерни интегрални са ефективни методи за пресмятане на мерките за чувствителност с малки индекси.

[16] Todorov, V., Ikonov, N., Apostolov, S., Dimov, I., Georgieva, R., Dimitrov, Y., *An improved "walk on equations" Monte Carlo algorithm for linear algebraic systems*, Recent Advances in Computational Optimization, pp. 215-236, Springer, Cham, 2020 [SJ (Scopus) 0.18]

В статията се представя и изследва нов Монте Карло алгоритъм за решаване на системи от линейни алгебрични (ЛА) уравнения. Алгоритъмът се основава на Монте Карло метода "Обхождане на уравненията", който е нов метод разработен от Иван Димов, Силван Майре и Жан Мишел Селлер. Алгоритъмът се подобрява с избиране на подходящи стойности на релаксационните параметри, което води до значително намаляване на времето за изпълнение и относителните грешки за определен брой итерации. Числените тестове се извършват върху примерни матрици с различна големина и на система произлизаща от апроксимация с крайни елементи на задача описваща лъчева структура в конструктивната механика.

[17] Todorov, V., Tzvetkov, V., Stanchev, T., Dimitrov, Y., *Quasi-Monte Carlo methods based on Sobol and Halton sequences for computation of multidimensional integrals applied in security systems*, Journal scientific and applied research 16, pp. 16-22, EBSCO (2019)

В статията се имплементира и анализира ефективността на квазислучайна редица на Соболев и се сравняват резултатите с Монте Карло метода използващ квазислучайната редица на Халтън. Изследва се случая на подинтегрални функции които не са гладки и имат приложения във финансовата математика. Резултатите от изследването показват, че редицата на Соболев има преимущество пред редицата на Халтън. Установява се, че методите използващи редицата на Соболев са по-ефективни от методите използващи други редици при големи размерности.

[18] Todorov, V., Dzheurov, V., Stanchev, T., Tzvetkov, I., Dimitrov, Y., *Monte Carlo sampling techniques for computation of multidimensional integrals related to migration*, Journal scientific and applied research 16, Konstantin Preslavsky Publishing House, pp. 23-31, EBSCO (2019)

В статията се разглеждат многомерни интеграли, които имат приложения в прогнозирането на международната миграция. Извършва се задълбочено изследване използващо латински хиперкуб, избор по значимост и мрежови правила използващи редицата на Фибоначи. Статията е първото изследване и сравнение на тези методи. Проведените числени тестове показват, че разглежданите стохастични алгоритми са ефективно средство за пресмятане на многомерни интеграли. Ефективността на методите подпомага извършването на по-точна и надеждна интерпретация на получените резултати и са в основата на моделирането и прогнозирането на международната миграция.

[19] Todorov, V., Dzheurov, V., Dimitrov, Y., Tzvetkov, Tz., *Advanced stochastic methods for multidimensional integrals and applications*, Journal Scientific and Applied Research, Konstantin Preslavsky Publishing House 20, EBSCO (2021)

В статията се разглежда задачата за числено пресмятане на многомерни интеграли, които се използват в различни научни области. Провежда се задълбочено експериментално изследване на методите използващи квазислучайните редици на Фауре и Хамърсли и мрежови правила използващи редицата на Фибоначи. Резултатите от проведените числени експерименти показват, че разглежданите квази-Монте Карло алгоритми са ефективно средство за пресмятане на многомерни интеграли. Методите могат да се прилагат за получаване на по-надежни резултати в задачи от практиката.

[20] Todorov, V., Dimov, I., Apostolov, S., Fidanova, S., Poryazov, S., Dimitrov, Y., *An optimal Monte Carlo algorithm for a class of multidimensional integrals*, Communication Papers of the 2020 Federated Conference on Computer Science and Information Systems, M. Ganzha, L. Maciaszek, M. Paprzycki (eds). ACSIS, Vol. 23, pp. 17-20 (2020)

В статията се разглежда оптимален стохастичен метод за пресмятане на многомерни интеграли на гладки функции. Извършено е първото изследване на оптимален стохастичен метод и сравнение с други статистически подходи за пресмятане на многомерни интеграли за средни и големи размерности. Целта на настоящото изследване е да се сравни ефективността на оптимален Монте Карло алгоритъм с мрежови правила използващи обобщените числа на Фибуначи от съответната размерност и да се представят преимуществата и недостатъците на тези методи.

[21] Todorov, V., Dimitrov, Y., Miryanov, R., Dimov, I., Fidanova, S., Poryazov, S., *An optimization on quadrature formulas and numerical solutions of ordinary differential equations*. Annals of Computer Science and Information Systems, 23 (2020)

Статията е продължение на изследването в статия [9] за оптимизация на квадратурни формули и техните приложения. Извеждат се квадратурни формули от втори ред с отместване. Извършва се модификация на квадратурните формули за да се използват за числено решаване на диференциални уравнения. Разглеждат се числените решения от втори ред на интегрални уравнения на Волтера които използват изведените квадратурни формули. Числените експерименти представени в статията потвърждават ефективността на разглежданите методи за числено решаване на обикновени диференциални уравнения и еквивалентните интегрални уравнения.

[22] Todorov, V., Dimov, I., Ostromsky, Tz., Apostolov, S., Georgieva, R., Dimitrov, Y., Zlatev, Z., *Advanced stochastic approaches for Sobol' sensitivity indices evaluation*, Neural Computing and Applications volume 33, pp. 1999–2014 (2021) [IF 5.606]

Анализът на чувствителност е обещаващ подход за изучаване на големи системи, например екологични системи. Основната идея на анализа на чувствителност е оценяването и предвиждането (с използване на компютърни симулации на големи математически модели) на мярката за чувствителността на изходните параметри на модела относно пертурбации на някои от входните параметри. Анализът на чувствителност се използва за подобряване на математическия модел. Основната задача на анализа на чувствителност е пресмятането на абсолютните индекси на чувствителност. Математическата формулировка на тази задача се представя с множество от многомерни интеграли. В настоящото изследване се представят нови стохастични подходи за пресмятане на индексите на Соболев за чувствителността на модела "Unified Danish Eulerian Model". За първи път се използват специален вид числови мрежи и мрежови правила за пресмятане на многомерен анализ на чувствителност и се разглеждат техните преимущества. Извършва се сравнение на точността на осем стохастични подхода за пресмятане на индексите на Соболев за чувствителност на модела. Получените резултати могат да се използват в физиката, химията и метеорологията за извършване на сравнителна класификация на входните параметри по отношение на тяхната значимост за концентрацията на замърсителите които се разглеждат.

[23] Todorov, V., Dimitrov, Y., Dimov, I., *Second order shifted approximations for the first derivative*. In: Dimov I., Fidanova S. (eds) *Advances in High Performance Computing. HPC 2019. Studies in Computational Intelligence*, vol 902. Springer, Cham [SJR (Scopus) 0.249]

В статията се изследват апроксимациите на първа производна, които имат генериращи функции $A - Ae^{\frac{t-1}{A}}$ и $\frac{1}{B} \ln(B + 1 - Bt)$. Извеждат се асимптотичните формули за разлаганията от трети ред на апроксимациите. Асимптотичните формули се използват за конструират се апроксимации от втори ред с отместване на първа производна.

$$\frac{1}{h^2} \sum_{k=0}^n w_k^{(i)} y_{n-k} = f'_{n-\gamma_i} + O(h^2),$$

където $\gamma_k^{(\alpha)} = (-1)^k \binom{\alpha}{k}$ for $0 \leq k \leq n-2$,

$$w_0^{(1)} = A - Ae^{-\frac{1}{A}}, \quad w_k^{(1)} = -\frac{e^{-\frac{1}{A}}}{k! A^{k-1}}; \quad \gamma_1 = \frac{A+1}{2A}$$

$$w_0^{(2)} = \frac{\ln(1+B)}{B}, \quad w_k^{(1)} = -\frac{1}{Bk} \left(\frac{B}{B+1} \right)^k; \quad \gamma_2 = \frac{B+1}{2}$$

Извеждат се доказателства за сходимостта на апроксимациите. Разглеждат се приложения на апроксимациите за числено решаване на обикновени диференциални уравнения от първи ред и на частното диференциално уравнение на топлопроводността. Резултатите от числените експерименти за грешката и реда на числените решения са представени в статията.

[24] Dimitrov, Y., *Approximations for the second derivative and the Caputo fractional derivative*, Proceedings of NSFDE&A'20, Sozopol, Bulgaria, pp. 16-18 (2020)

В статията се предлага метод за конструиране на апроксимации на производната на Капуто. Свойствата на теглата на апроксимациите са сходни със свойствата на теглата на $L1$ апроксимацията. В статия [23] се конструират апроксимации на първа производна които имат генериращи функции $A - Ae^{\frac{t-1}{A}}$ и $\frac{1}{B} \ln(B+1-Bt)$. В настоящата статия се обобщава метода в статия [23] за конструиране на апроксимации на втора производна чиито генериращи функции са трансформации на експоненциалната и логаритмичната функция. В статията се извеждат апроксимации от втори ред на производната на Капуто с апроксимиране на втората производна в разлагането на $L1$ апроксимацията. Приложение на апроксимациите за числено решаване на обикновени дробни диференциални уравнения е представено в статията.

[25] Apostolov, S., Dimitrov, Y., Todorov, V., *Constructions of second order approximations of the Caputo fractional derivative*, 13th International Conference, LSSC 2021, Lecture Notes in Computer Science, accepted for publication [SJR (Scopus):0.215]

Статията е продължение на изследването в статия [24] на конструкции на апроксимации на производната на Капуто и свойствата на техните тегла. Изследва се ефекта на стойностите на параметрите на апроксимациите върху свойствата на техните тегла. Апроксимациите от втори ред на производната на Капуто се извеждат с апроксимиране на стойността на втората производна в асимптотичното разлагане на $L1$ апроксимацията. В статията се доказва, че когато параметрите удовлетворяват условията

$$A > \frac{25e^2}{2\pi\alpha^2(1-\alpha)^2} + 1, \quad B > \frac{3}{\alpha(1-\alpha)}$$

свойствата на техните тегла са сходни със свойствата на $L1$ апроксимацията. Апроксимации от втори ред на производната на Капуто се извеждат с апроксимиране на втората производна във формулата за асимптотичното разлагане на $L1$ апроксимацията. Извеждат се оценки за параметрите на апроксимациите при които свойствата на теглата на апроксимациите на производната на Капуто са сходни със свойствата на теглата на $L1$ апроксимацията. Експерименталните резултати от приложения на апроксимациите за числено решаване на двучастното обикновено дробно диференциално уравнение са представени в статията.

[26] Dimitrov, Y., *Approximations of the fractional integral and numerical solutions of fractional integral equations*. Communications on Applied Mathematics and Computation 3, 545–569 (2021)

В статията се извежда формулата за асимптотичното разлагане на апроксимацията на трапеците за дробни интеграли.

$$h^\alpha \sum_{k=1}^{n-1} \frac{f_{n-k}}{k^{1-\alpha}} = \int_0^{nh} \frac{f(t)}{(nh-t)^{1-\alpha}} dt + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\zeta(1-\alpha-k)}{k!} f_n^{(k)} h^{k+\alpha} - \Gamma(\alpha) \frac{B_{k+1}}{(k+1)!} \left(\sum_{m=0}^k (-1)^m \binom{k}{m} \frac{(nh)^{\alpha-m-1}}{\Gamma(\alpha-m)} f_0^{(m-k)} \right) h^{k+1}$$

Асимптотичното разлагане се използва за конструиране на апроксимации на дробния интеграл от редове α , $1 + \alpha$, $2 + \alpha$, $3 + \alpha$ и $4 + \alpha$. Апроксимациите се прилагат за пресмятане на числените решения на обикновените дробни уравнения за релаксация и осцилация преобразувани в еквивалентни дробни интегрални уравнения. В статията се привждат доказателства за сходимостта и реда на числените решения. Числените експерименти са представени в статията.